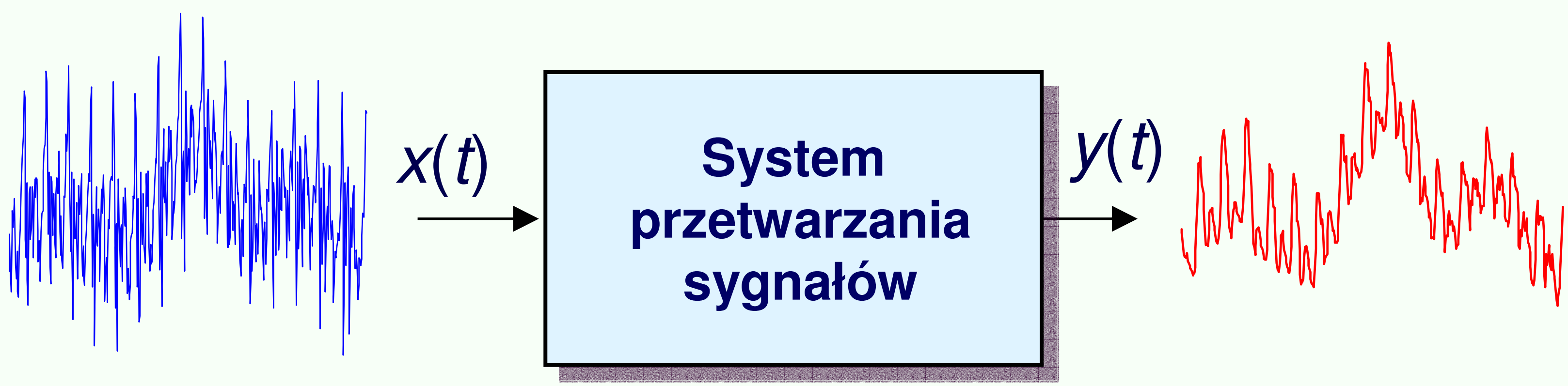
Systemy przetwarzania sygnałów

$$x(t) \rightarrow y(t)$$

$\uparrow$

?



Systemy przetwarzania sygnałów

sygnał ciągły

$$y(t)=H(x(t))$$

$x(t)$ → **System czasu ciągłego** → $y(t)$

np. megafon - wzmacniacz analogowy

sygnał dyskretny

$$y(n)=H(x(n))$$

$x(n)$ → **System czasu dyskretnego** → $y(n)$

np. proces akumulacji odsetek w banku:

*y(n)=0.1*y(n-1) +x(n),*

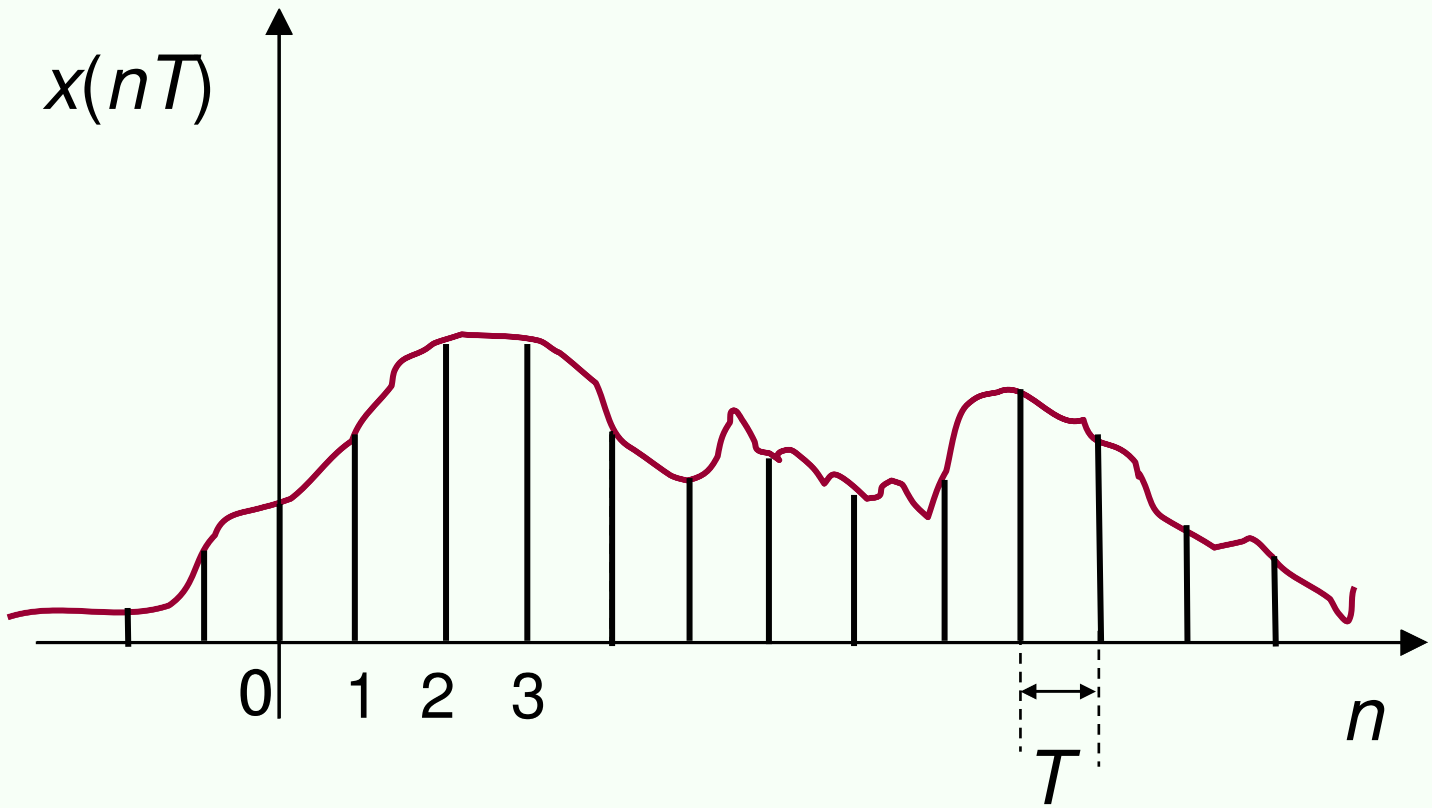
→ *filtry cyfrowe*

T – ciągła zmienna czasu

n – dyskretna zmienna czasu $n = 0, 1, \ldots N, \ldots$

Sygnał dyskretny

Sygnał dyskretny można uzyskać przez próbkowanie amplitudy sygnału ciągłego w dyskretnych chwilach czasu *nT*.



Właściwości systemów przetwarzania sygnałów

1. Systemy **z pamięcią** i **bez pamięci**
2. Systemy **przyczynowe** i nieprzyczynowe
3. Systemy **stabilne** i niestabilne
4. Systemy **liniowe** i nieliniowe
5. Systemy **niezmienne względem czasu** (przesunięcia) i zmienne względem czasu

Przykłady?

Systemy z pamięcią i bez pamięci

Sygnał wyjściowy systemu **bez pamięci** w chwili *n* zależy tylko od sygnału wejściowego w tej samej chwili, np.:

$$y(n) = 3x(n) + 2x^2(n)$$

Sygnał wyjściowy systemu **z pamięcią** w chwili *n* zależy sygnału wejściowego występującego w chwilach czasu $k \neq n$, np.:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{n-1} x(k) + x(n) \longrightarrow y(n) = y(n-1) + x(n)$$

Systemy przyczynowe

Systemy jest **przyczynowy** gdy jego sygnał wyjściowy w chwili *n* jest zależny tylko sygnału wejściowego w chwili *n* i/lub sygnału wejściowego z chwil przeszłych, np.:

$$y(n) = x(n) + x(n-10)$$

$$\cancel{y(n) = x(n) - x(n+1)}$$

nieprzyczynowy

Systemy liniowe

Systemy linowe spełniają zasadę superpozycji:

$$\boxed{H\left[ax_1(n)+bx_2(n)\right]=aH\left[x_1(n)\right]+bH\left[bx_2(n)\right]=ay_1(n)+by_2(n)}$$

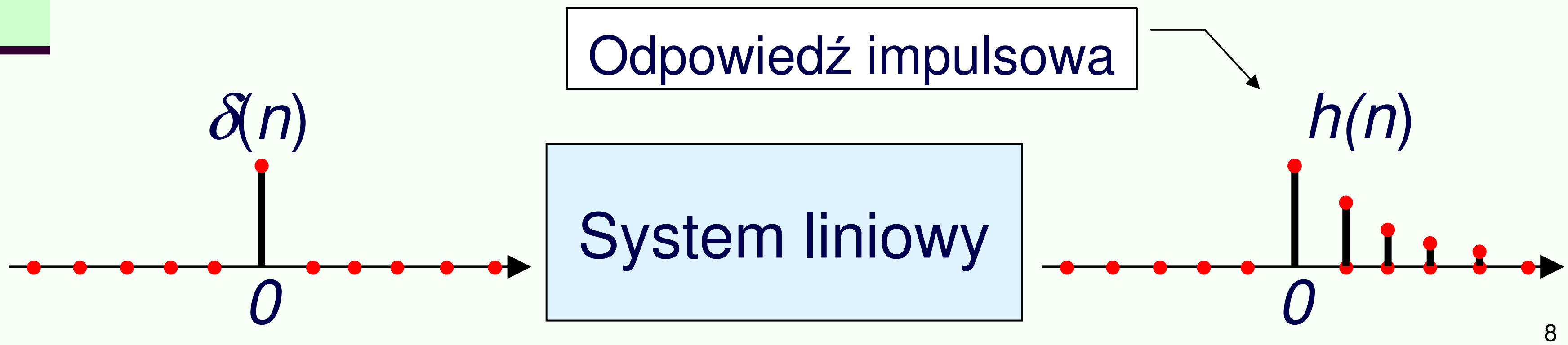
tj. odpowiedź systemu liniowego na sumę sygnałów wejściowych jest równa sumie odpowiedzi systemu na poszczególne sygnały składowe.

Przykład systemu liniowego: $y(n)=3x(n)$

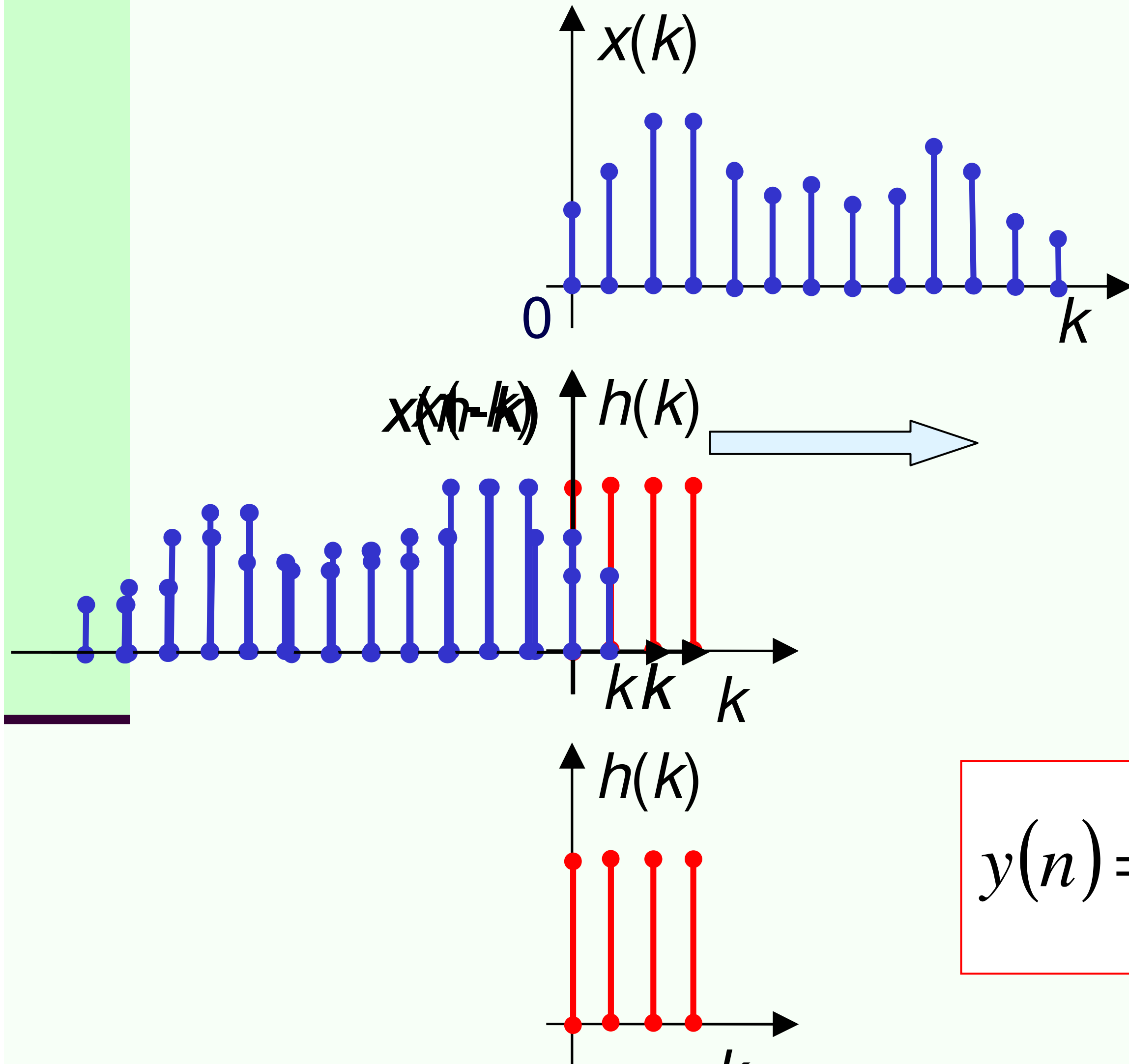
Przykład systemu nieliniowego: $y(n)=x^2(n)$

Systemy liniowe niezmienne względem przesunięcia

Dla systemów **liniowych niezmiennych względem przesunięcia**, znajomość odpowiedzi systemu na pobudzenie impulsowe $\delta(n)$ pozwala wyznaczyć odpowiedź systemu na dowolny sygnał wejściowy.

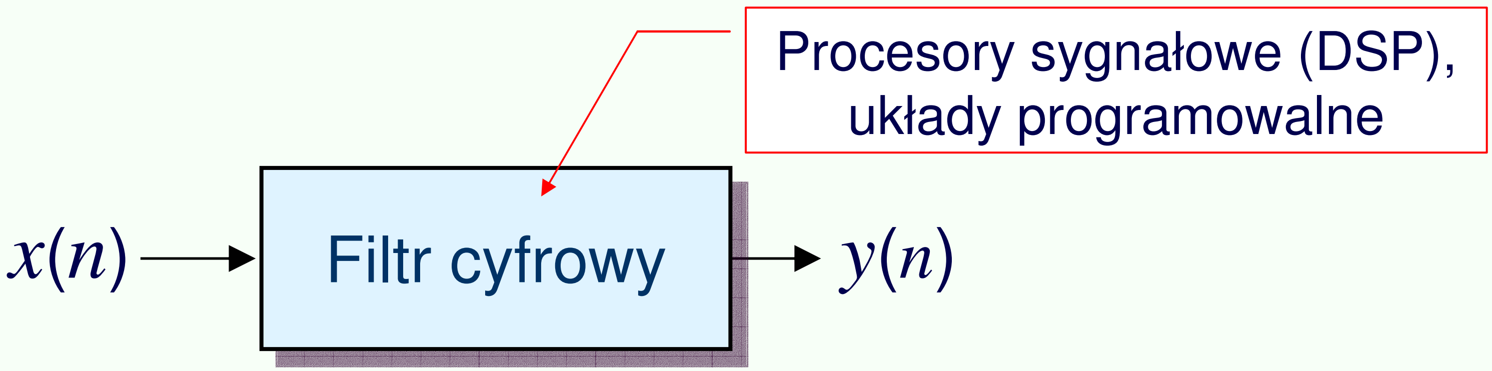


Filtracja sygnału

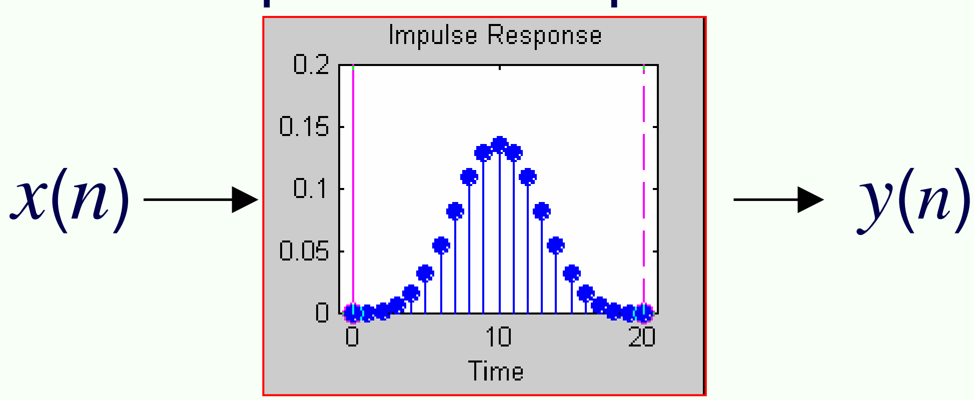


$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} h(k)\,x(n-k)$$

Filtry cyfrowe

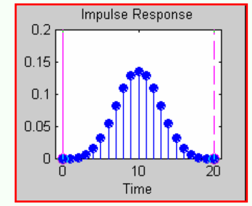


$h(n)$
– odpowiedź impulsowa



$$y(n) = x(n) * h(n)$$

Filtry cyfrowe

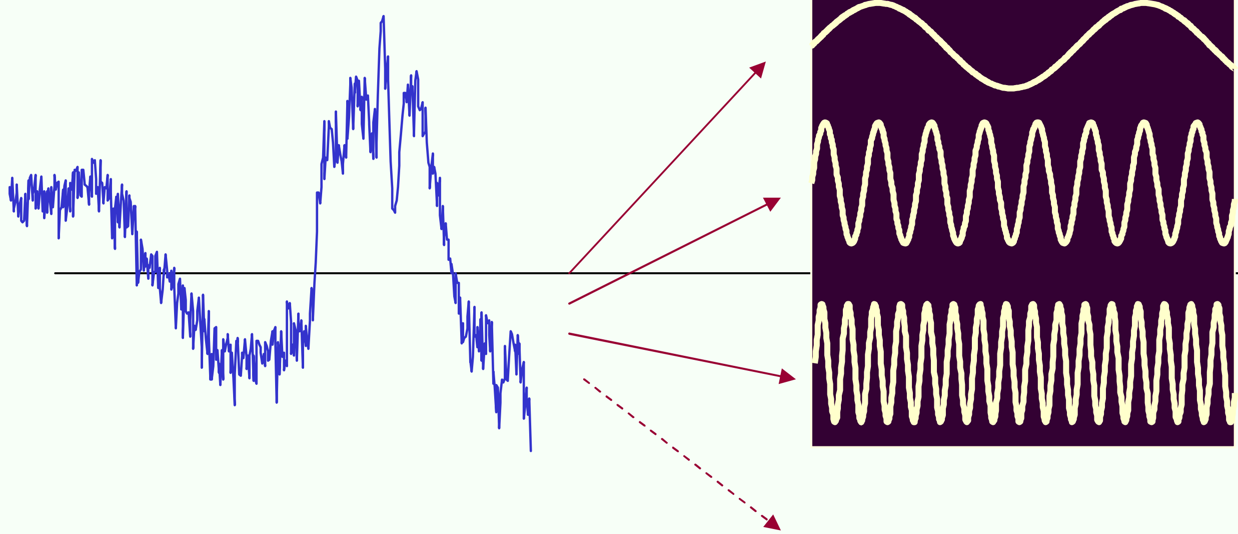


Po co filtrujemy sygnały?

<u>Aby uzyskać:</u>

- redukcję zakłóceń sygnału (np. *zakłóceń od sieci energetycznej*)
- zmianę charakterystyki widmowej sygnału (*preemfaza, deemfaza*)
- wyodrębnienie zadanych składowych sygnału spośród jego innych składowych (*detekcja*)

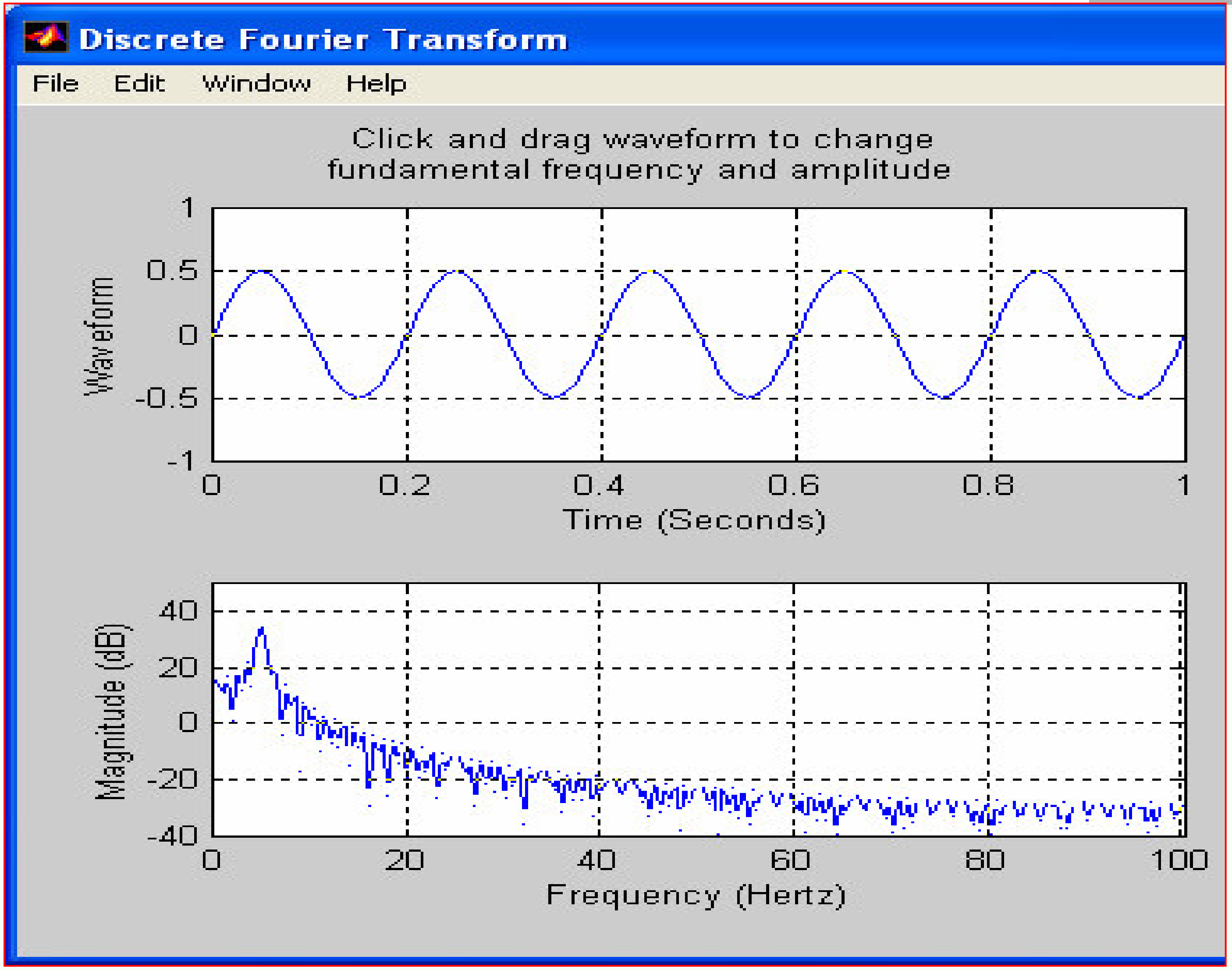
Reprezentacja sygnałów za pomocą szeregu Fouriera



Joseph Fourier
(1768-1830)

Szeroka klasa sygnałów może być reprezentowana za pomocą kombinacji liniowej funkcji harmonicznych o różnych częstotliwościach – tzw. **szereg Fouriera**

Przekształcenie Fouriera



Trygonometryczny szereg Fouriera

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} \left(a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t \right)$$

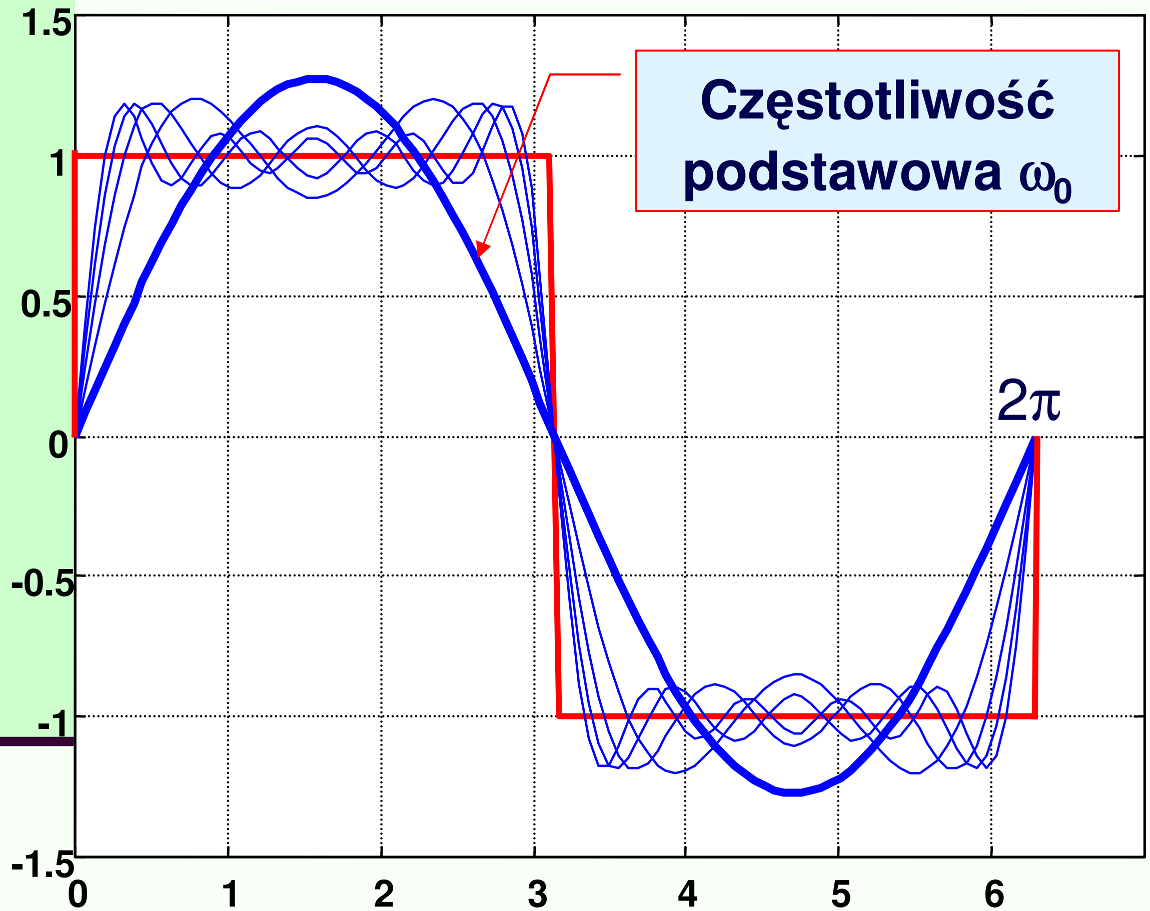
gdzie: $$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$ tzw. okres podstawowy

oraz: $$a_0 = \frac{2}{T} \int_{t=0}^{T} x(t)\,dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{t=0}^{T} x(t) \cos k\omega_0 t\,dt, \quad k = 1,2,\ldots$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{t=0}^{T} x(t) \sin k\omega_0 t\,dt, \quad k = 1,2,\ldots$$

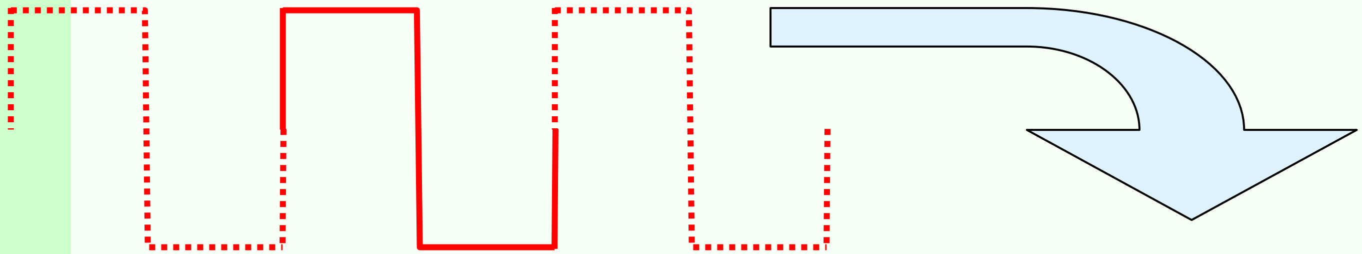
Szereg Fouriera - przykład



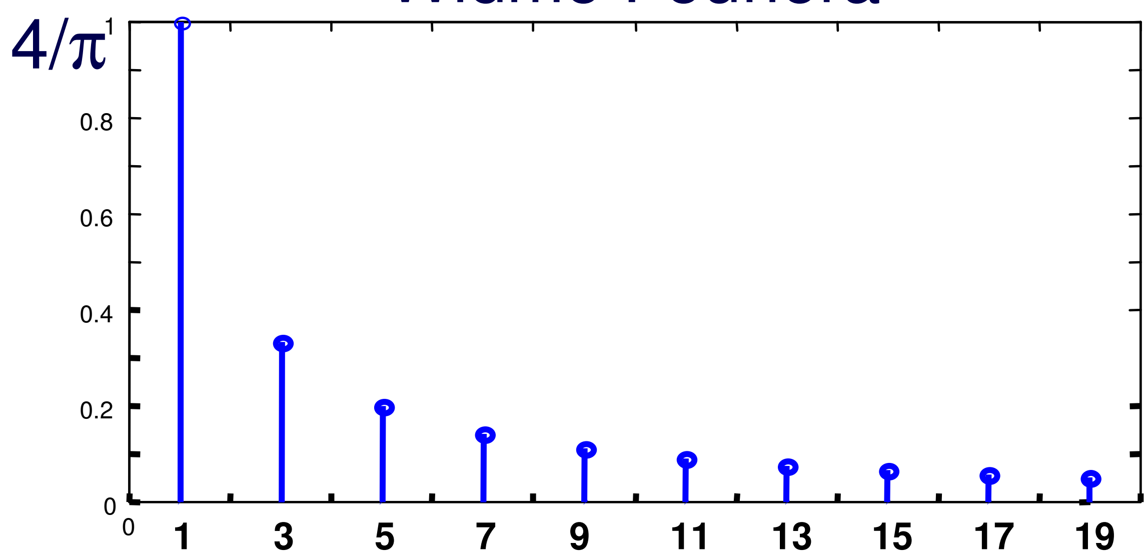

```
%MATLAB
clear all;
t=linspace(0,2*pi,100);
x=ones(size(t)); x(51:end)=-1
plot(t,x,'r'); hold on;

xf=zeros(size(t));
for i=1:2:9,
   xf=xf+4/pi.*sin(i.*t)/i;
 plot(t,xf)
end
grid;
```

$$x(t)=\frac{4}{\pi}\left(\frac{\sin t}{1}+\frac{\sin 3t}{3}+\frac{\sin 5t}{5}+\ldots\right) \Rightarrow \omega_0=\frac{2\pi}{T}=1$$

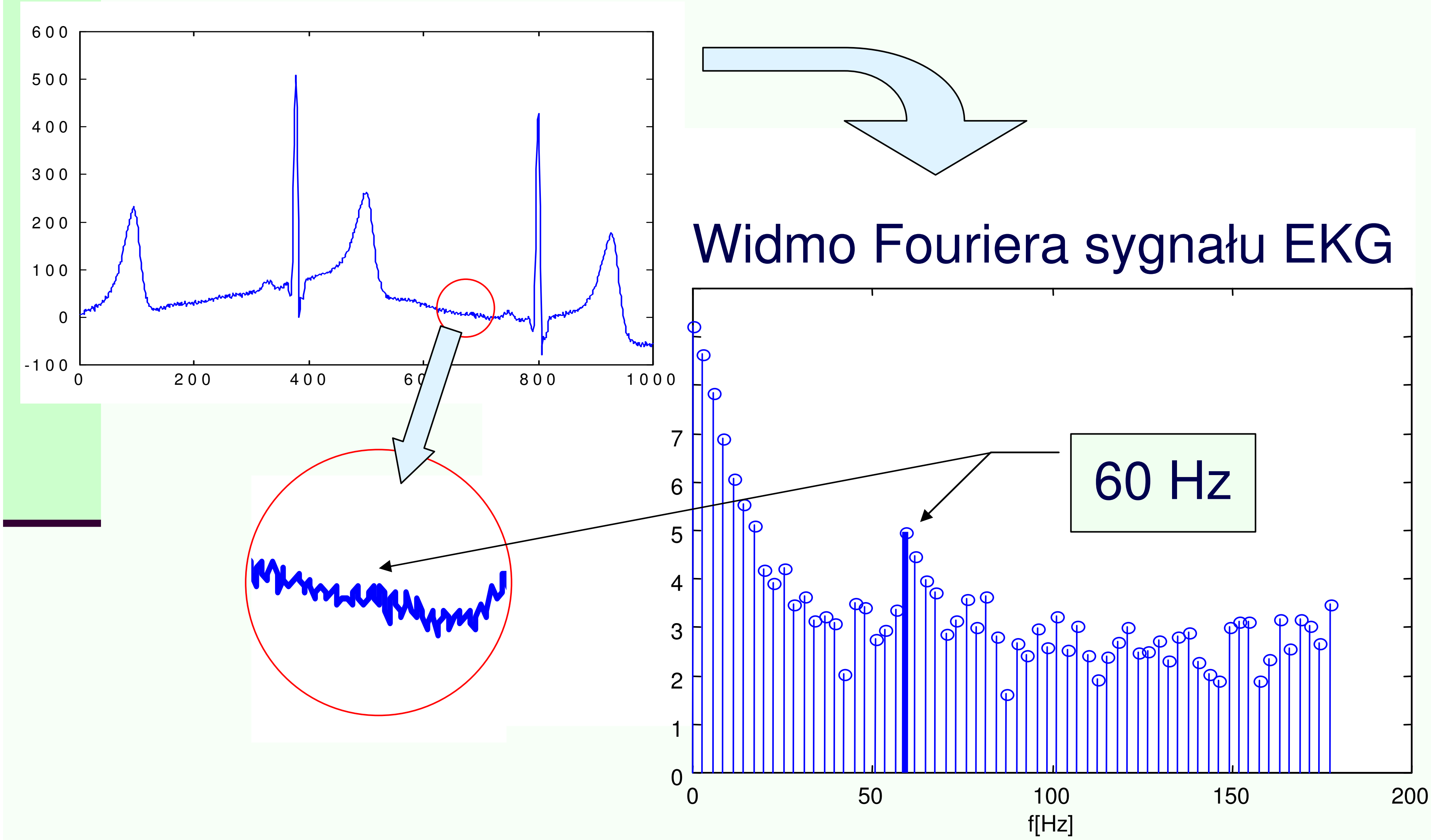
Szereg Fouriera - przykład



Widmo Fouriera



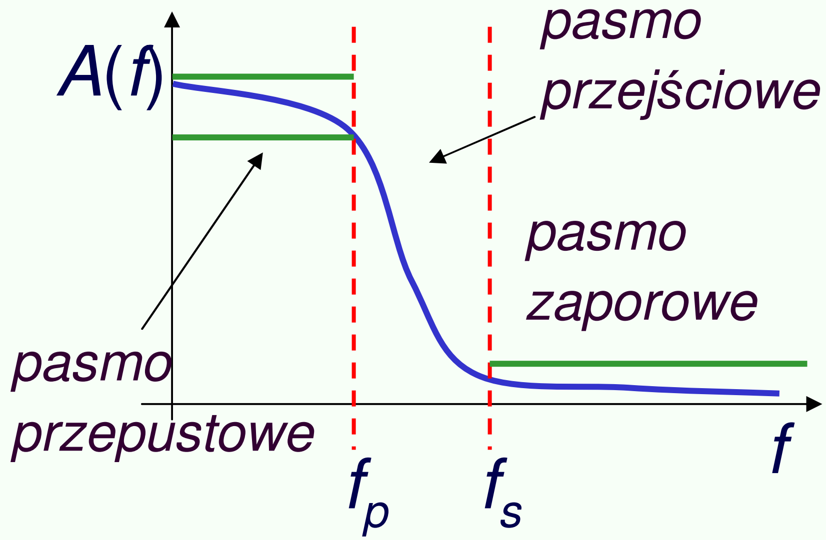
Szereg Fouriera - przykład



Charakterystyki częstotliwościowe filtrów

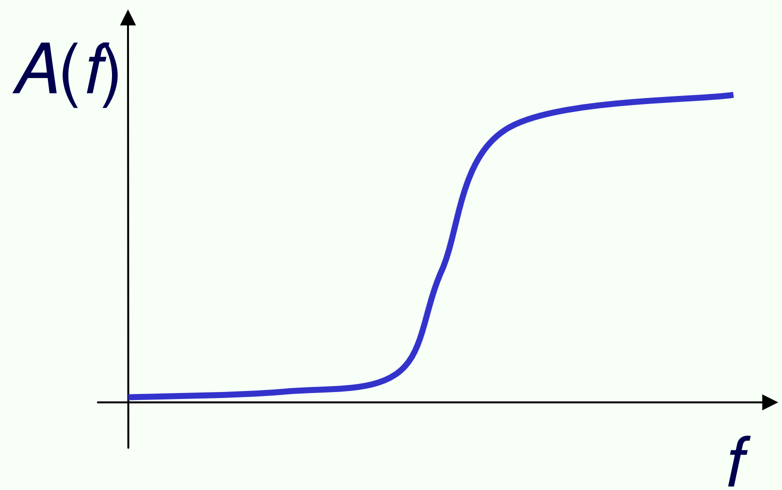
Filtr **dolno-przepustowy**

(np. *filtr anty-alisingowy*, *redukcja zakłóceń*)



Filtr **górno-przepustowy**

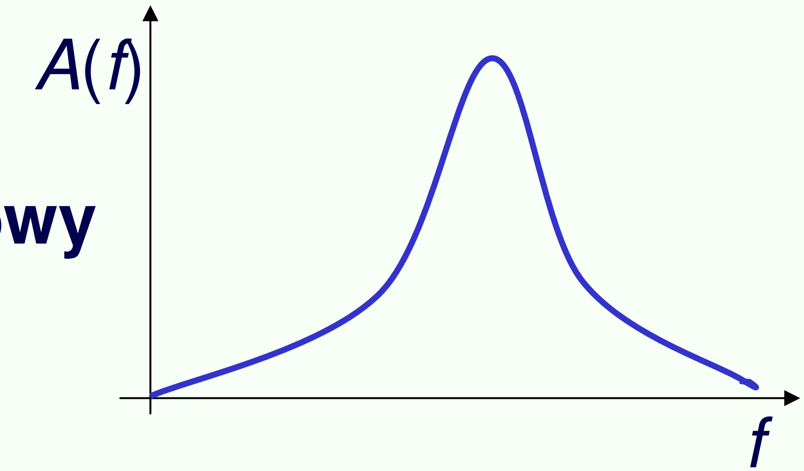
(np. *preemfaza, usuwanie składowej stałej*)



Charakterystyki częstotliwościowe filtrów

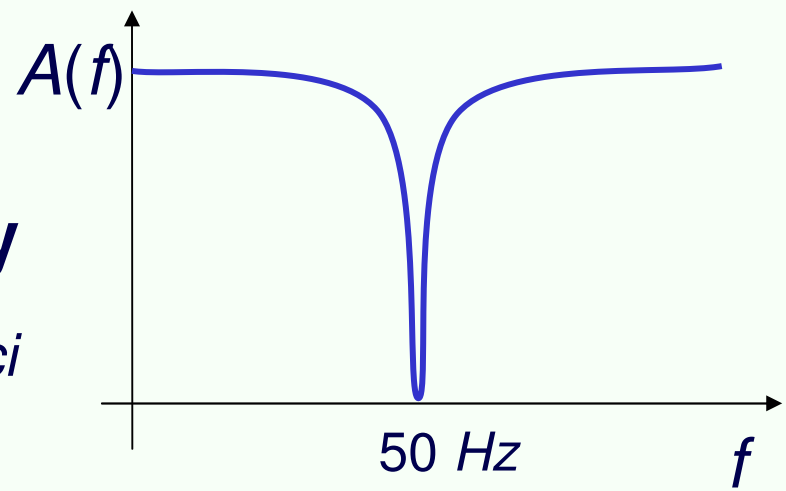
Filtr **środkowo-przepustowy**

(np. *detekcja cech sygnału*)

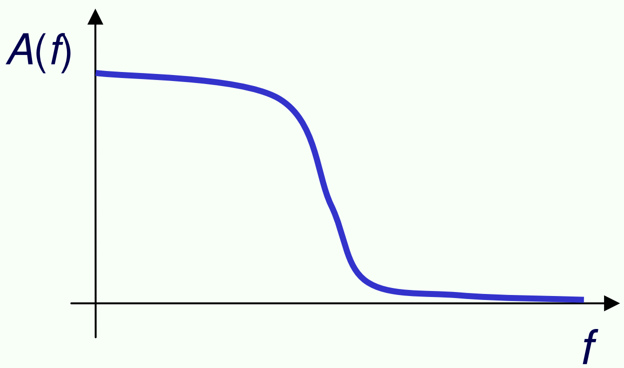


Filtr **środkowo-zaporowy**

(np. *redukcja zakłóceń od sieci energetycznej*)

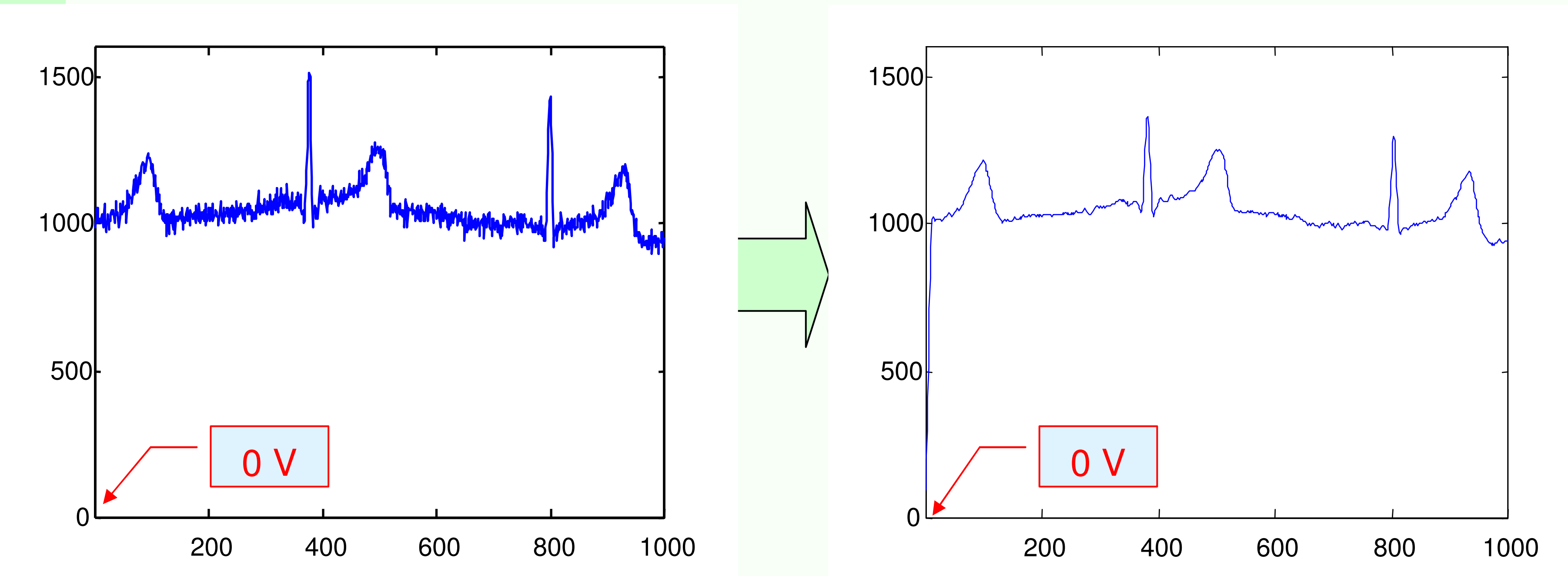


Charakterystyki częstotliwościowe filtrów - przykłady

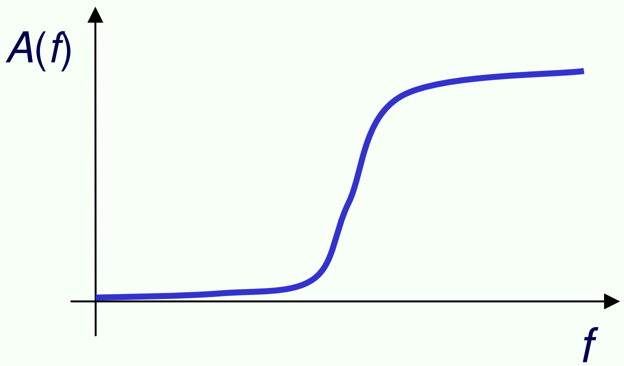


Filtr **dolnoprzepustowy**

(*redukcja zakłóceń*)

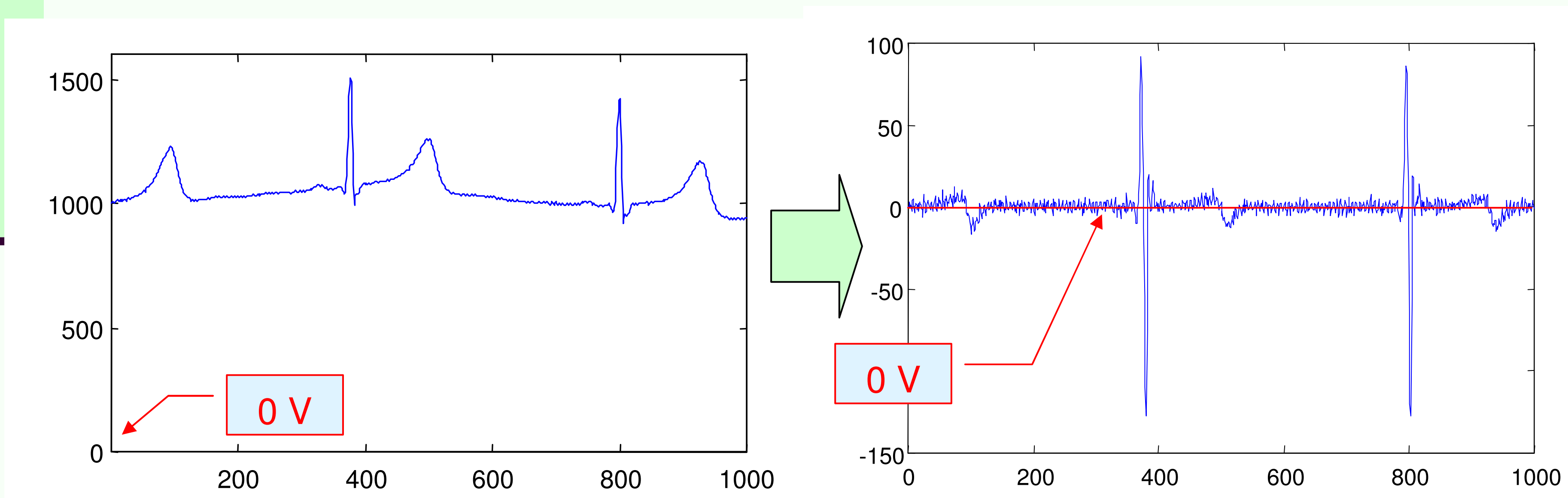


Charakterystyki częstotliwościowe filtrów - przykłady



Filtr **górno-przepustowy**

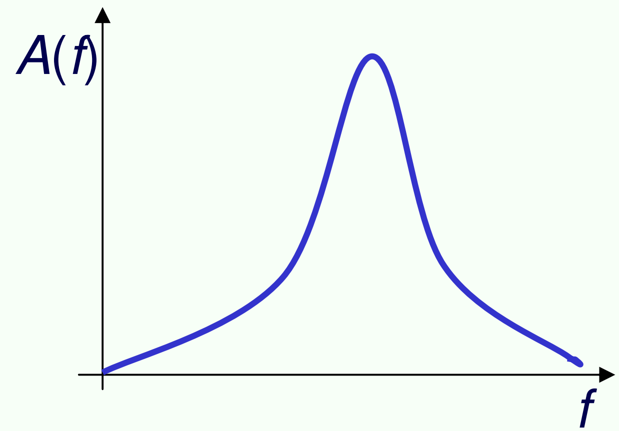
(np. *usuwanie wartości średniej*)

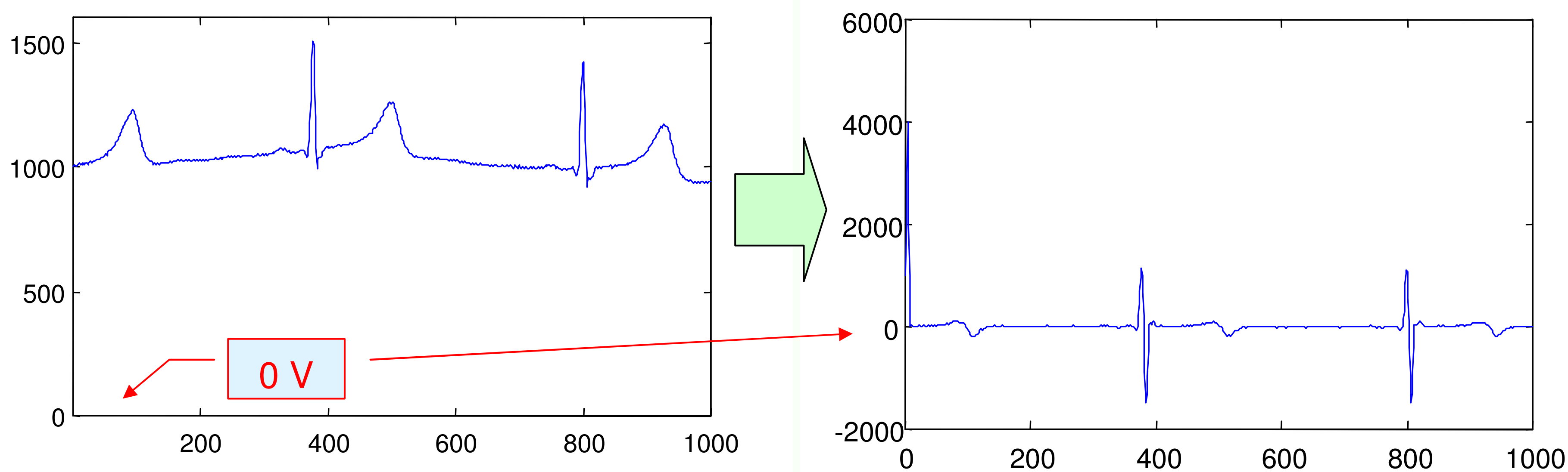


Charakterystyki częstotliwościowe filtrów - przykłady

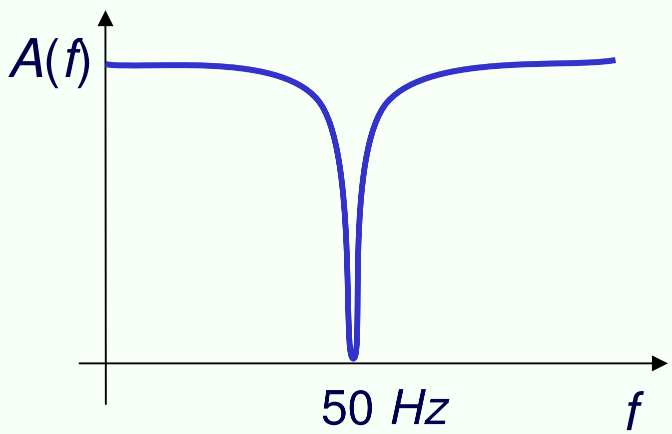
Filtr **środkowo-przepustowy**

(np. *detekcja cech sygnału*)



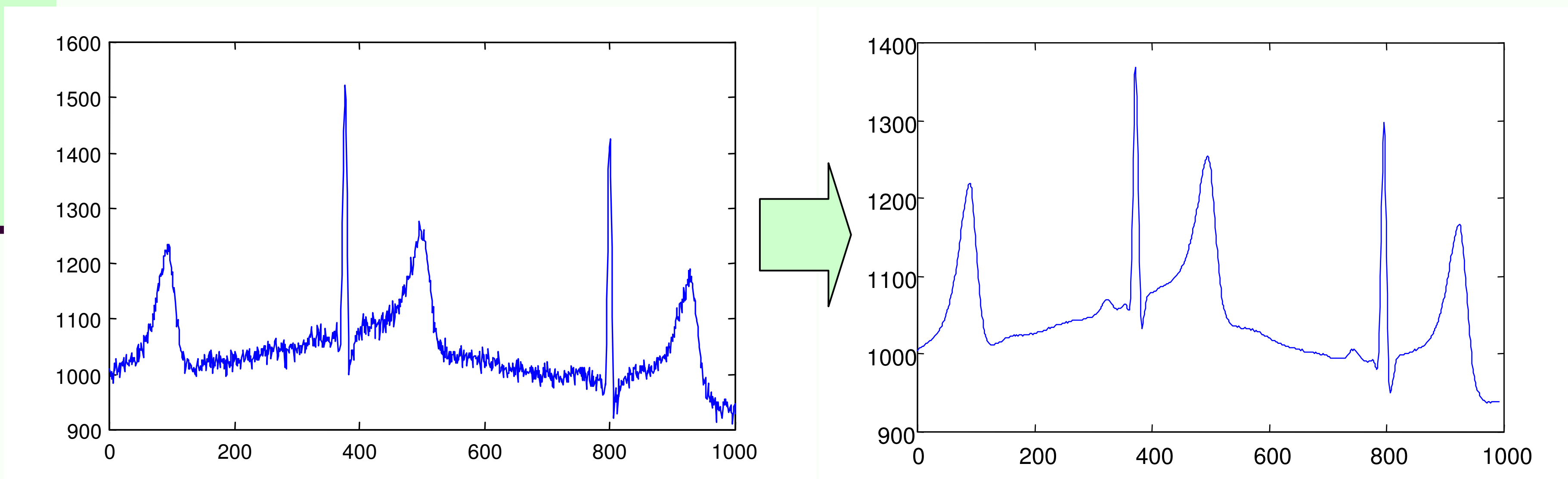


Charakterystyki częstotliwościowe filtrów - przykłady



Filtr **środkowo-zaporowy**

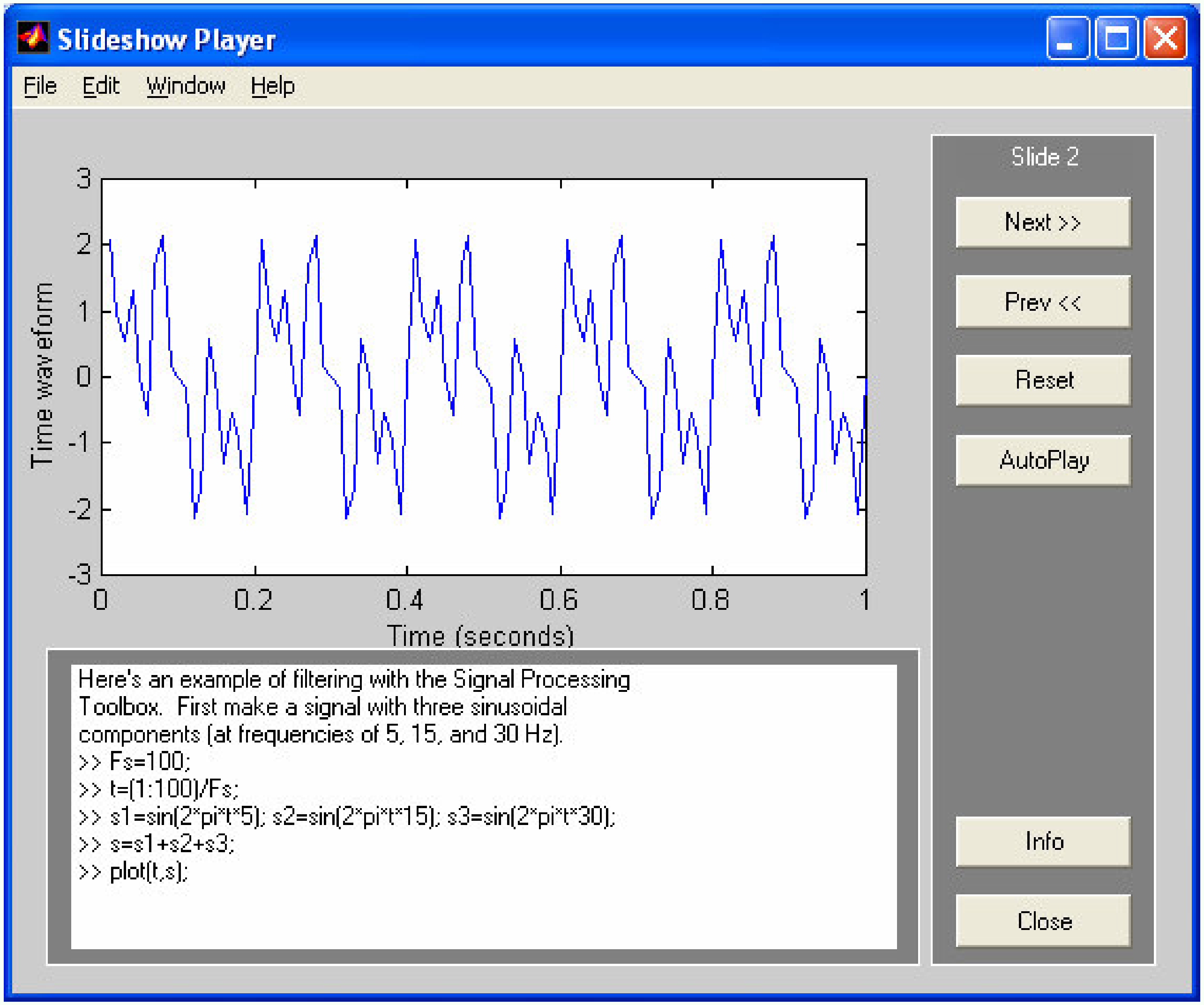
(np. *redukcja zakłóceń o zadanej częstotliwości*)



Zastosowania filtrów cyfrowych w przetwarzaniu elektrokardiogramu

- **donoprzepustowe** (redukcja zakłóceń o częstotliwościach radiowych, aktywności mięśni szkieletowych)
- **górnoprzepustowe** (eliminacja pełzania linii izoelektrycznej, f_g=0.5 Hz)
- **pasmowoprzepustowe** (wydzielanie składowych sygnału EKG, np. fali P, T, QRS)
- **pasmowozaporowe** (redukcja zakłóceń od sieci energetycznej, f=50 Hz)

Filtr cyfrowy - zastosowanie



Przykład filtru SOI

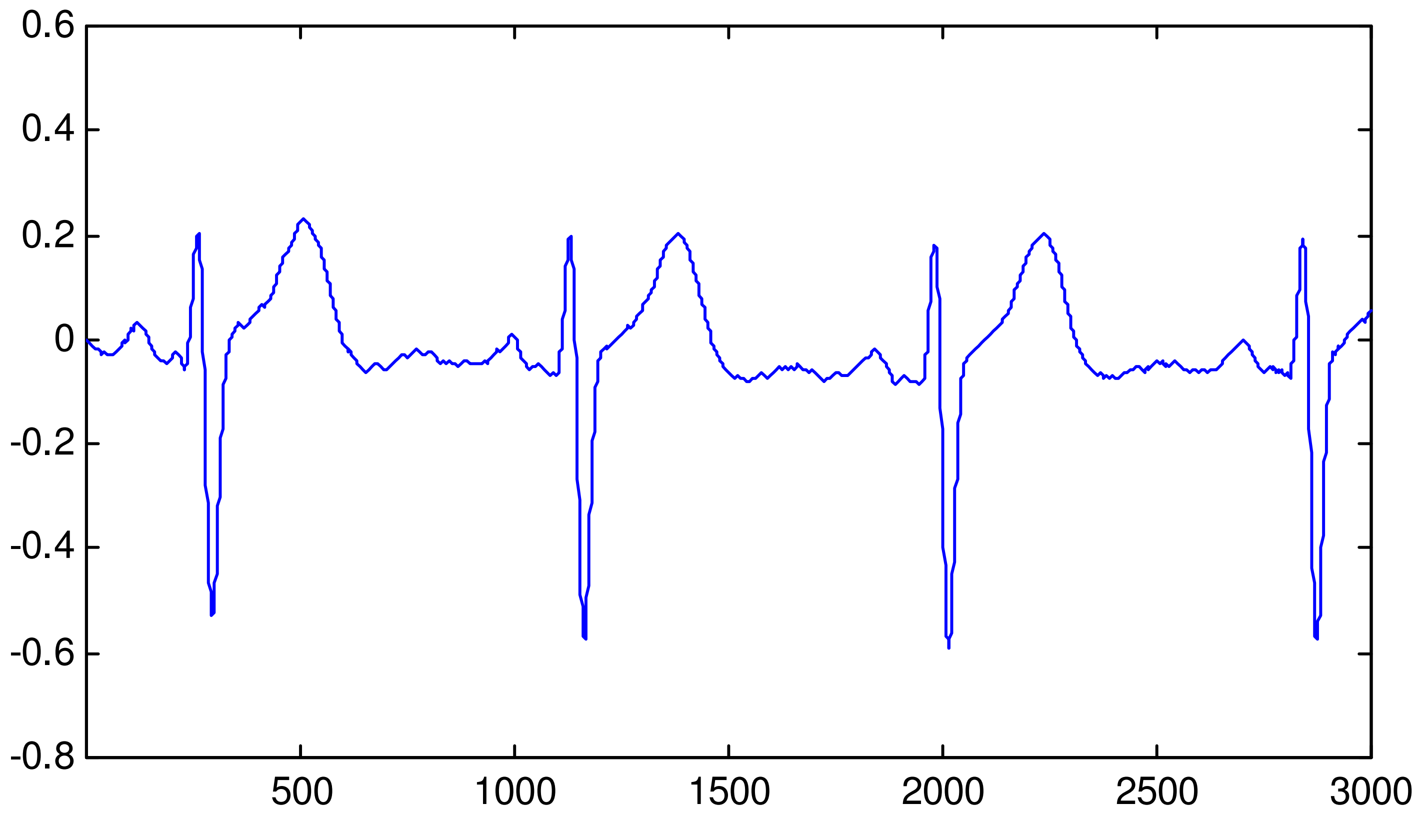
Filtr o ruchomej średniej:

$$y(k) = \frac{1}{5}\left[x(k-4) + x(k-3) + x(k-2) + x(k-1) + x(k)\right] = \frac{1}{5}\sum_{n=k-4}^{k} x(n)$$

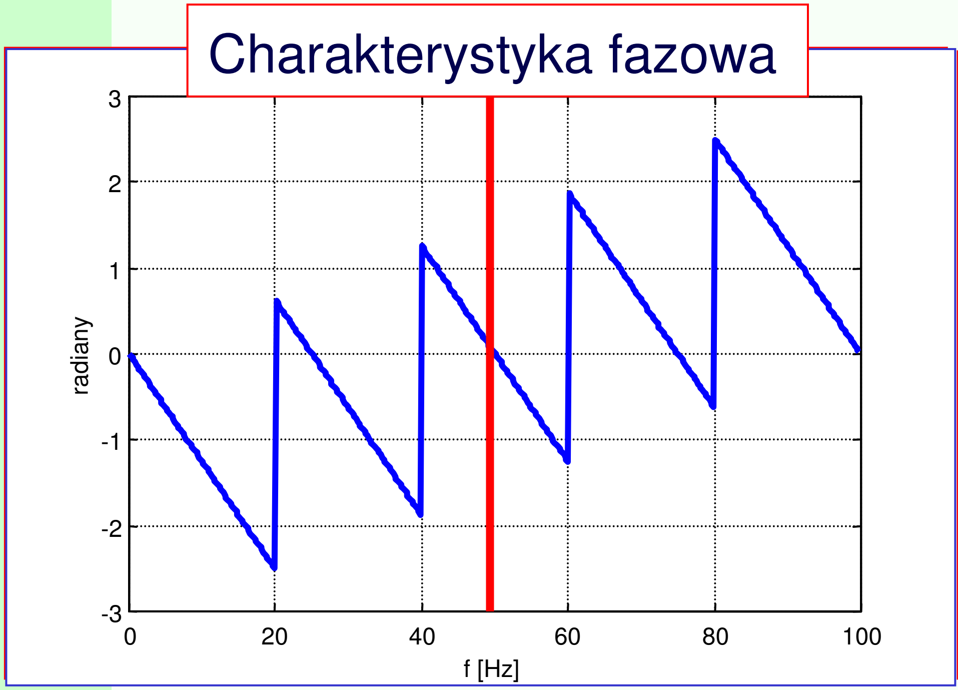
Odpowiedź impulsowa filtru:

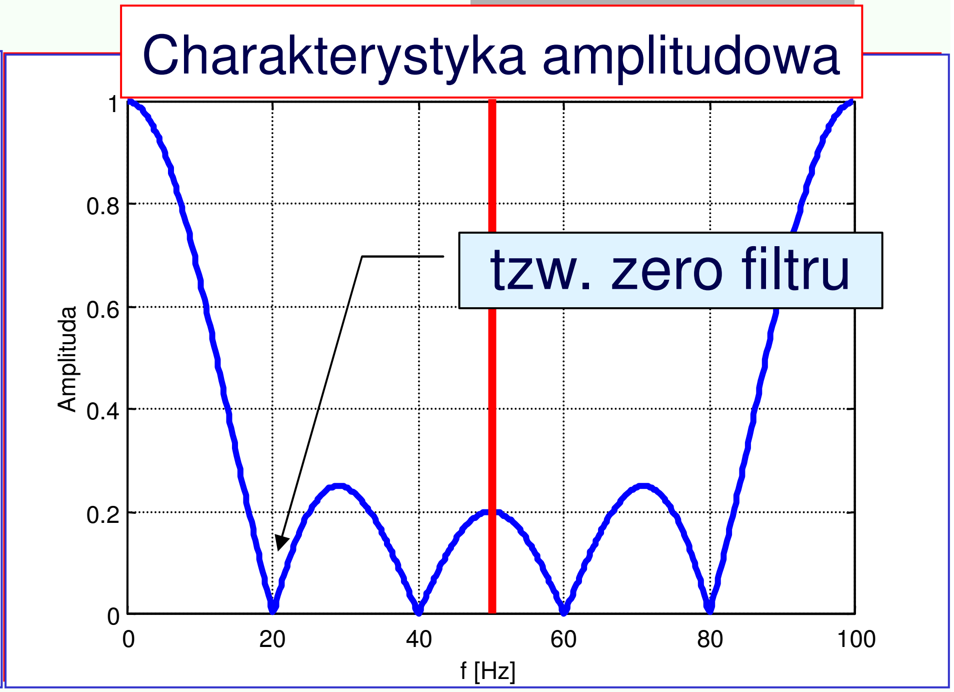
h=[0.2 0.2 0.2 0.2 0.2];

Przykład filtru SOI

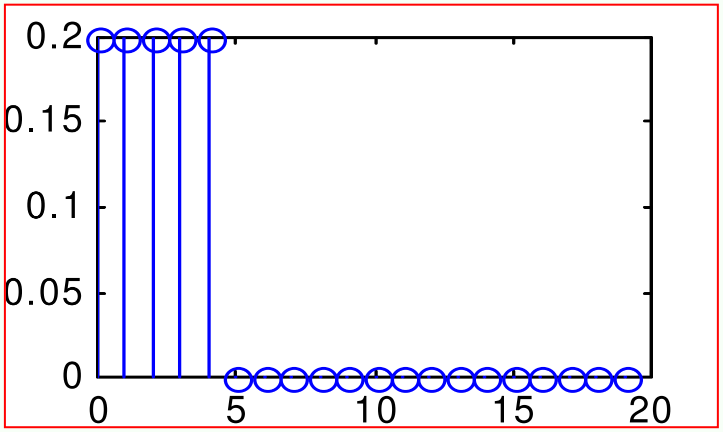


Prosty przykład filtru SOI

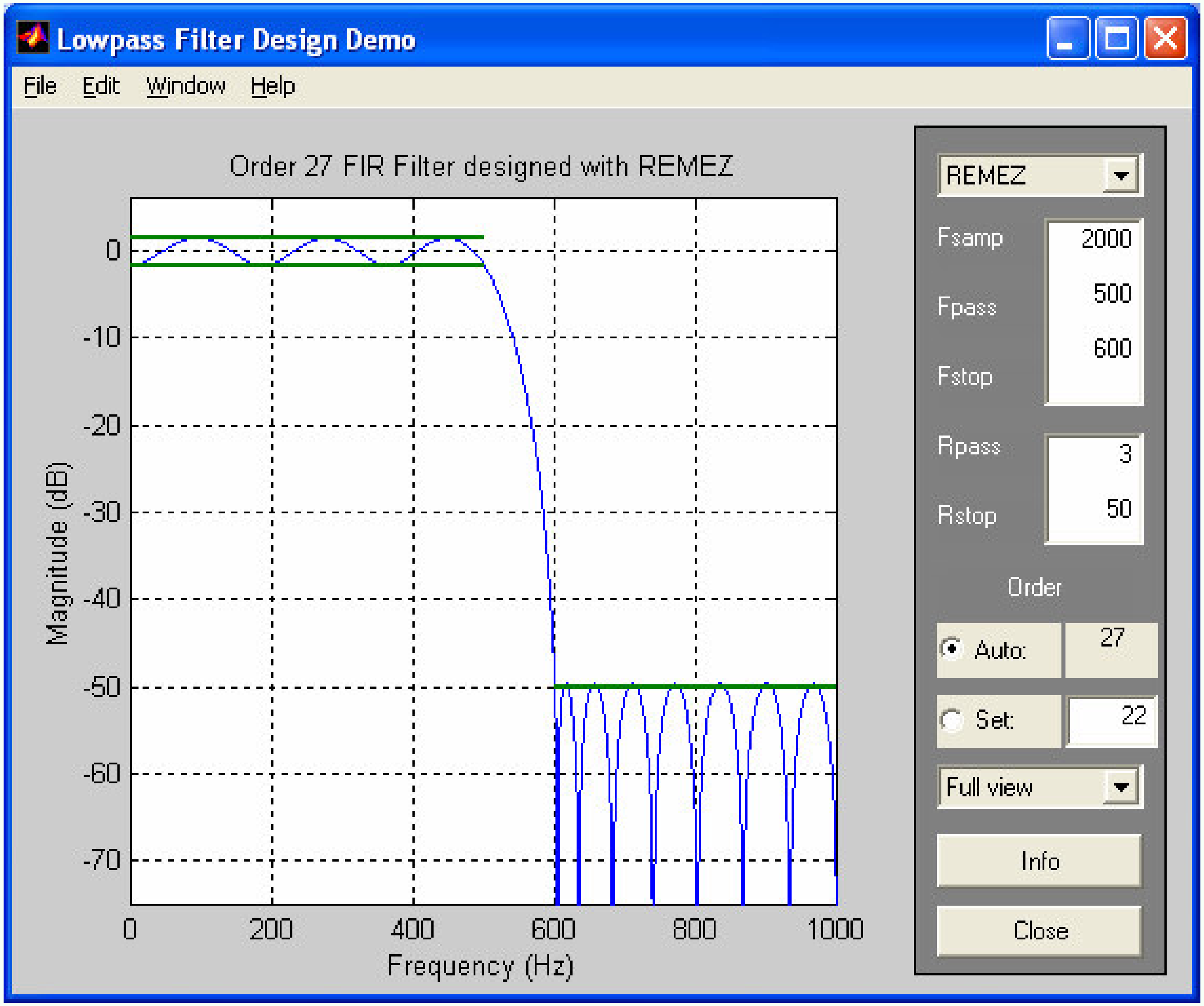




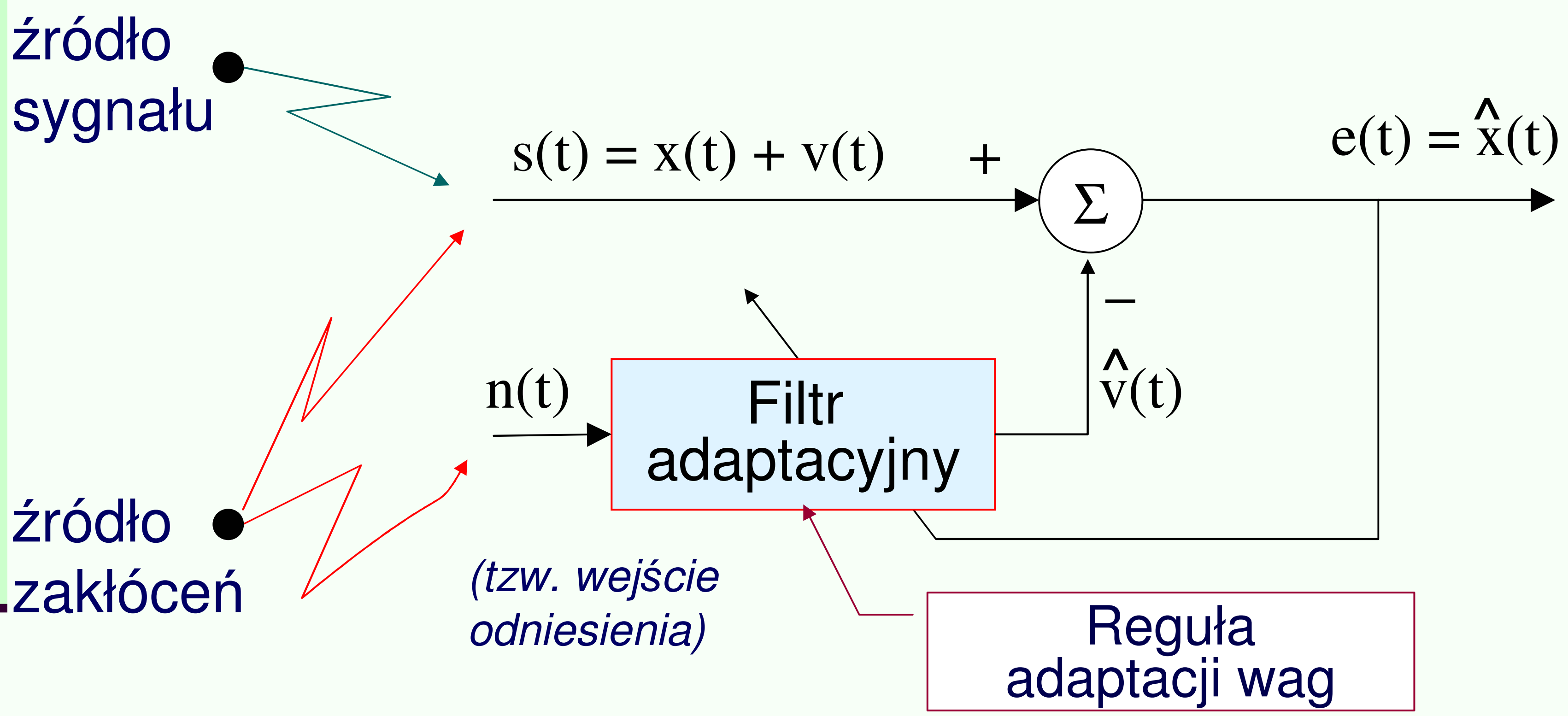
Odpowiedź impulsowa filtru



Filtr dolnoprzepustowy - projekt

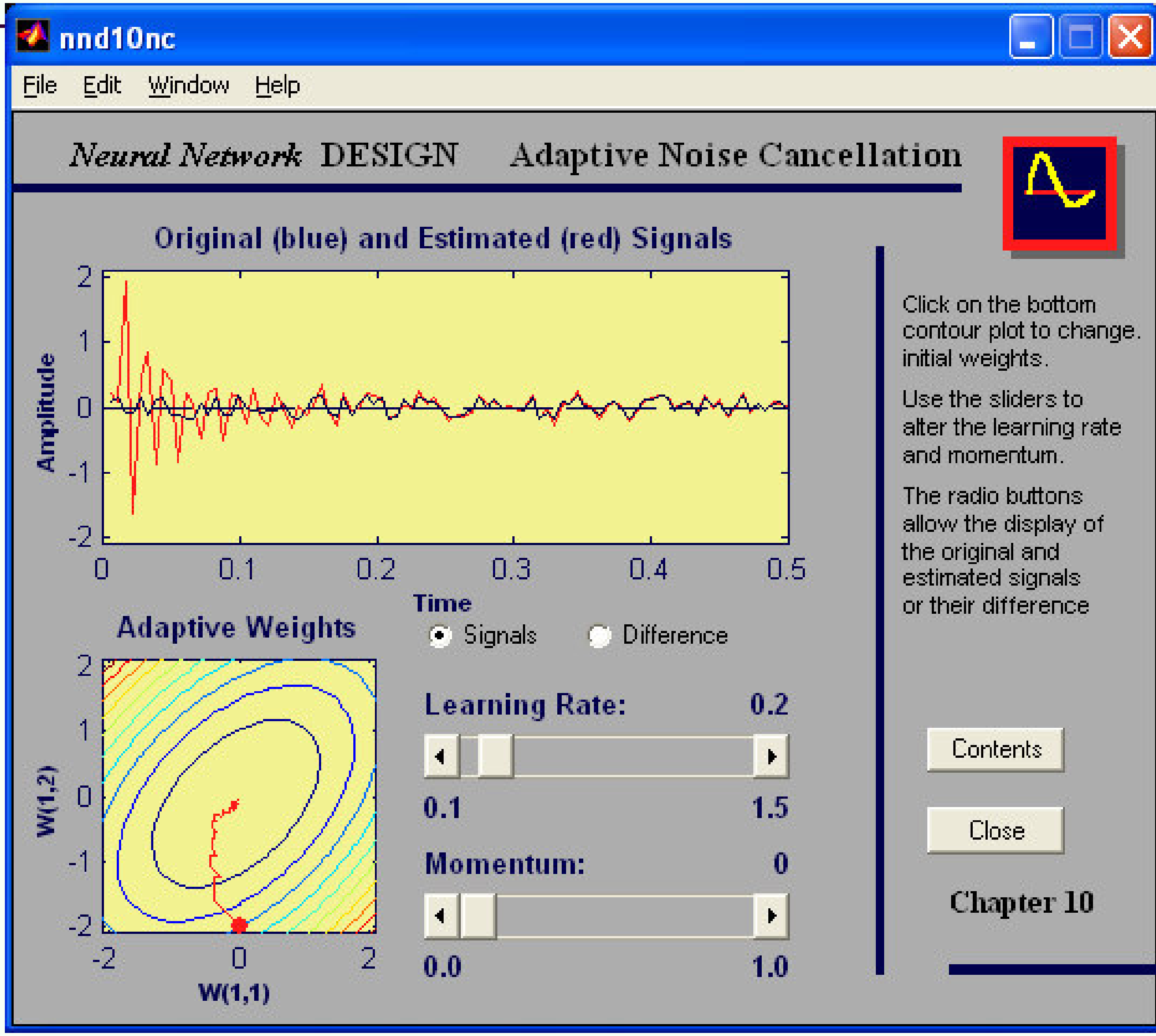


Adaptacyjna redukcja zakłóceń



$$\Delta w(t) = -\eta \nabla e(t)$$

Adaptacyjne tłumienie hałasu



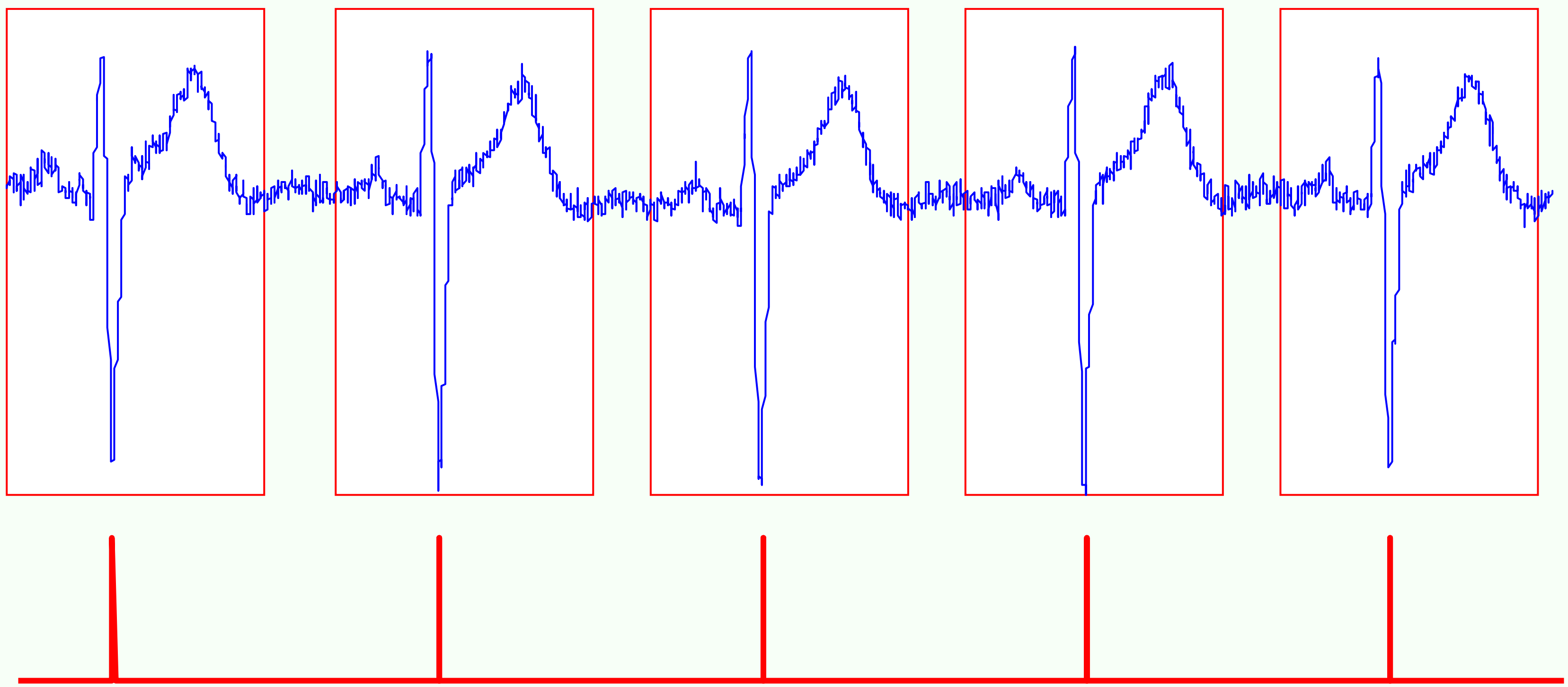
Zastosowania filtracji adaptacyjnej

Filtry adaptacyjne są stosowane głównie do filtracji sygnałów niestacjonarnych, np.:

- w adaptacyjnej redukcji zakłóceń mierzonego sygnału od sieci energetycznej oraz redukcji zakłóceń od elektronarzędzi chirurgicznych (f~120 Hz)
- do redukcji energii sygnału EKG matki przy pomiarze EKG płodu
- jako model predykcyjny sygnałów biologicznych do wykrywania ich zaburzeń (np. detekcji stanu fibrylacji komór serca → implantowane defibrylatory)

Uśrednianie synchroniczne sygnału

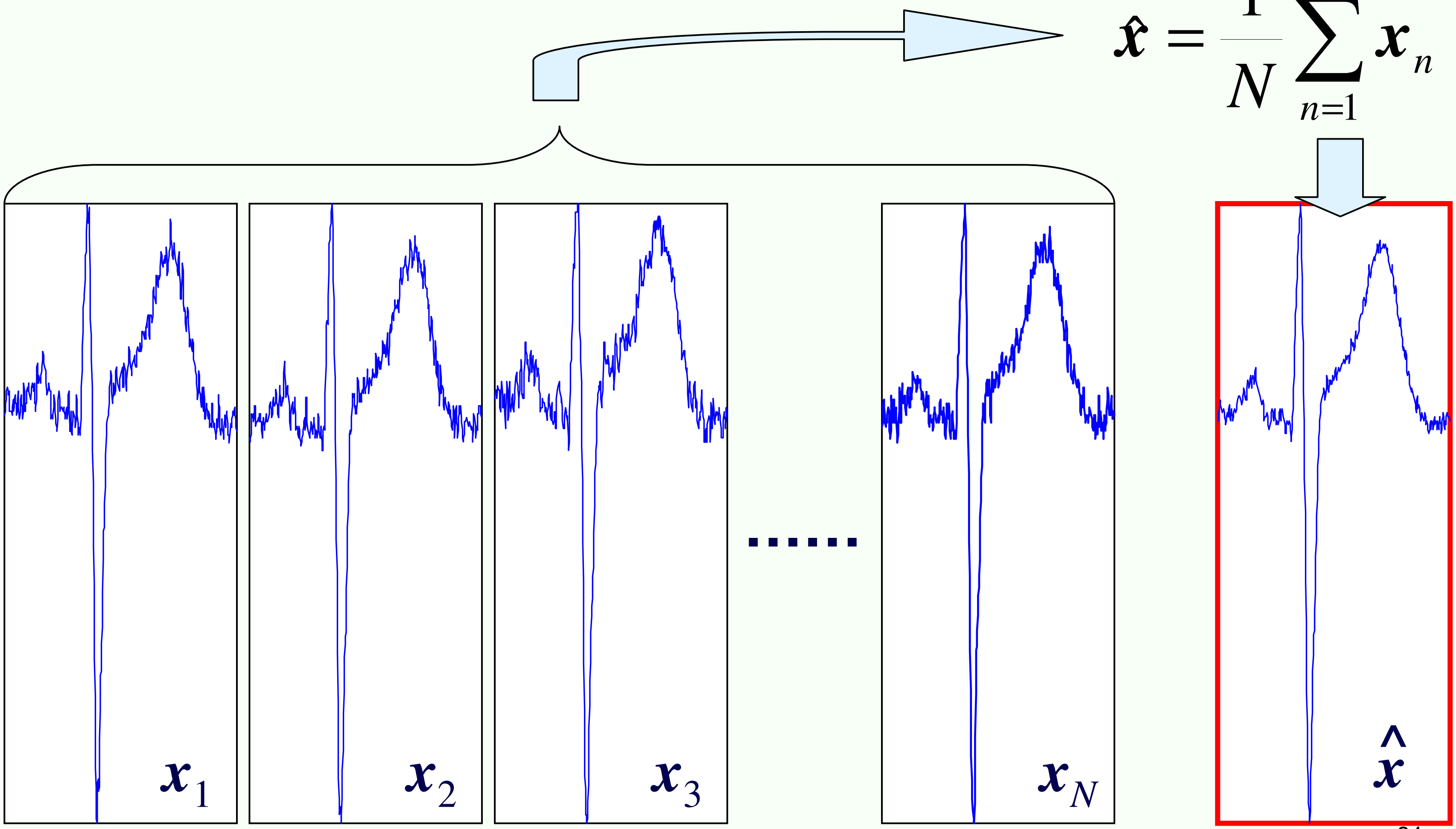
Idea uśredniania synchronicznego



Sygnały synchronizujące

Uśrednianie synchroniczne sygnału

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{x}_n$$



Uśrednianie synchroniczne sygnału

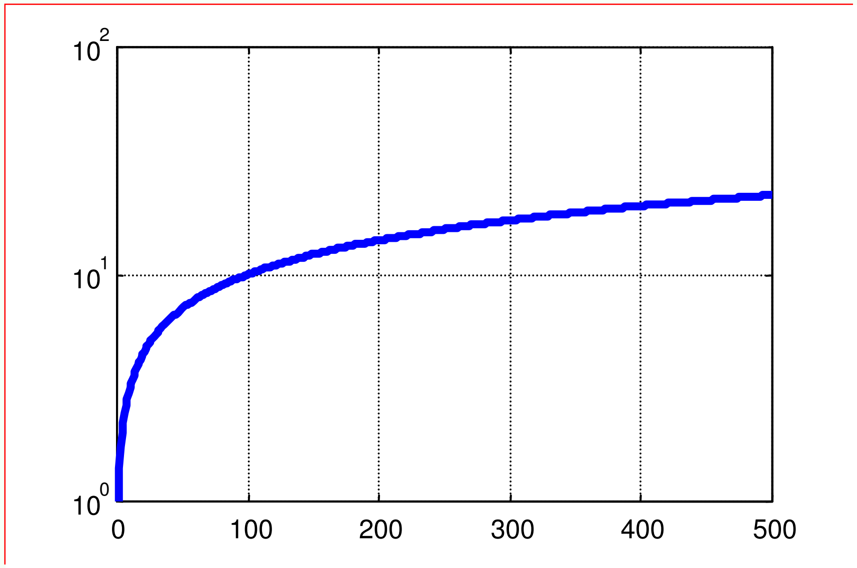
Odchylenie standardowe sygnału: σ_s

Odchylenie standardowe zakłócenia: σ_n

Stosunek sygnału do zakłócenia: $SNR = \dfrac{\sigma_s}{\sigma_n}$

Po *N* uśrednieniach:

$$\boxed{SNR_N = \sqrt{N}\,\frac{\sigma_s}{\sigma_n}}$$



Zatem poprawa SNR po *N* uśrednieniach wynosi: $\boxed{\sqrt{N}}$

Uśrednianie synchroniczne sygnału

Zastosowania:

- detekcja podszumowa sygnału tj. dla $\sigma_s << \sigma_n$ (zastosowania w telekomunikacji)

- analiza elektrycznych potencjałów wywołanych mózgu, tj. potencjałów generowanych w mózgu o amplitudzie **kilku mikrowoltów** na skutek okresowego pobudzenia bodźcem: świetlnym (potencjały **wzrokowe**), dźwiękowym (potencjały **słuchowe**) lub dotykowym (potencjały **czuciowe**)