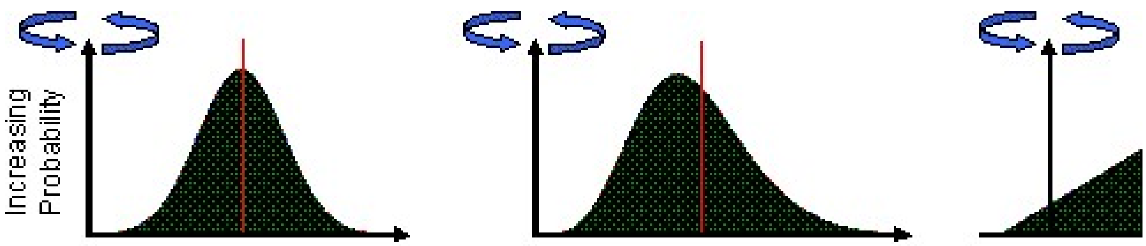
Opracowała M. Langer wg [Statistical Design Institute, LLC; G. Morris]

Zmienna losowa jest definiowana przez rozkład jednej lub więcej zmiennych, które opisują lokalizację, kształt i skalę.

Praktycznie rozkład jest opisywany przez średnią, odchyleniem standardowym, skośnością, kurtozą itd., na podstawie których wnioskujemy (obliczamy) lokalizację, kształt i skalę.

ŚREDNIA (ARYTMETYCZNA)

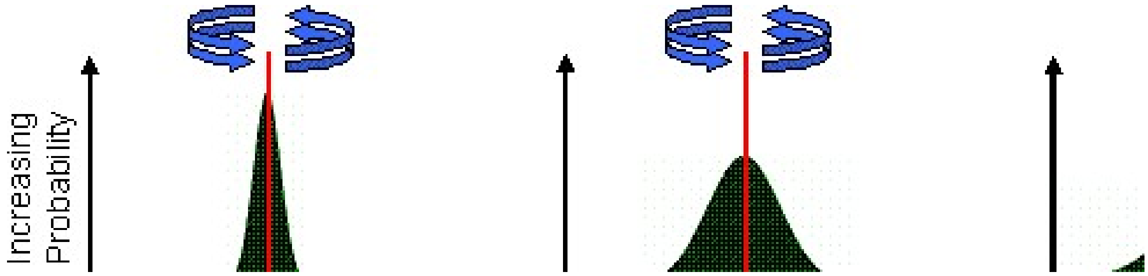


$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{}$$

Miara rozłożenia zmiennej losowej jest **WARIANCJĄ**:

$$\sigma^2 = m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i -}{}$$

Pierwiastek kwadratowy wariancji jest **ODCHYLENIEM** δ



Rozkłady ze zwiększającym się odchyleniem (od a do c); czerwone linie - średnie

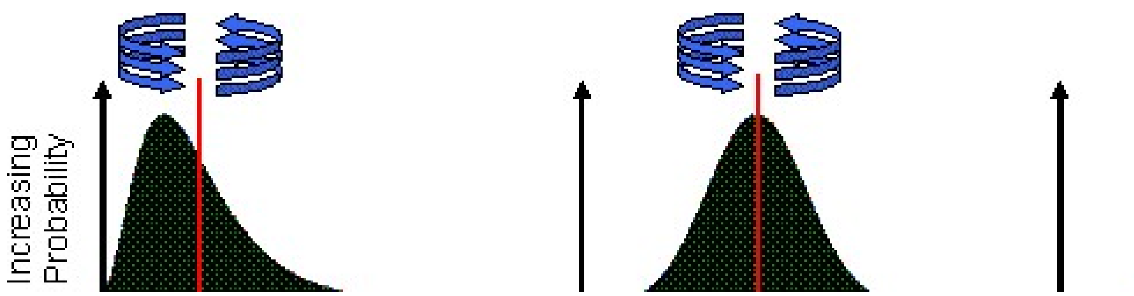
SKOŚNOŚĆ

Bezwymiarowa miara asymetrii zmiennej losowej – oznaczana jako $\sqrt{b1}$

Jeżeli jest mniejsza od 0 – rozkład jest skoszony ujemnie („ ogon ciągnie na lewo”), jeżeli większa od 0 – na prawo

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i -}{}$$

$$\sqrt{b_1} = \frac{m_3}{(m\ \ )^{3/2}} =$$



Skośność dodatnia równa 0 ujemna

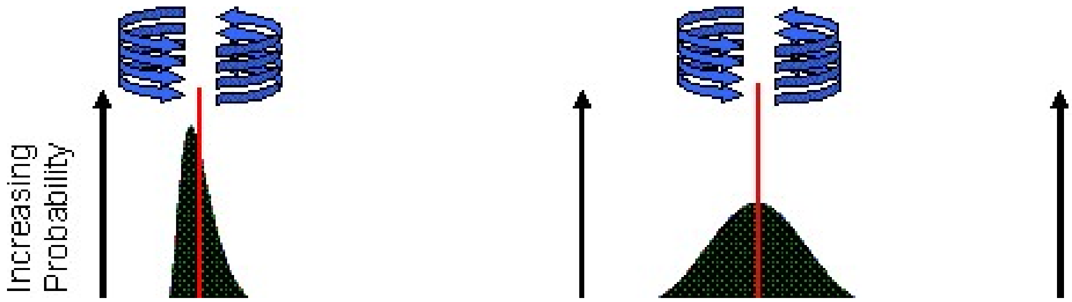
KURTOZA

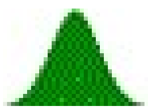
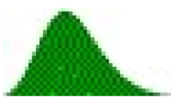
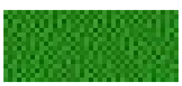
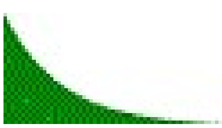
Bezwymiarowa wielkość b_2 określająca koncentrację rozkładu (płaskość)

Dla $b_2 >>3$ rozkład posiada ostre ekstremum; $b_2=3$ – rozkład normalny; $b_2 << 1,8$ – rozkład staje się płaski

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i -}{}$$

$$b_2 = \frac{m_4}{(m\ \ )^{2}} =$$



	Rozkład	Parametry	Średnia $\bar{x}$
	Normalny 	$-\infty < \mu < \infty$ $\sigma > 0$	μ
	Log-Normal 	$-\infty < \mu < \infty$ $\sigma > 0$	$\exp(\mu + \sigma^2 / 2)$
	Równomierny 	$\min < \max$	$\frac{\min + \text{ma}}{}$
	Wykładniczy 	$\lambda > 0$	$\frac{1}{\lambda}$

	Wariancja σ^2	Skośność $\sqrt{b_1}$	Kurtoza b_2
Normalny	σ^2	0	3
Log-Normal	$\exp(2\mu + \sigma^2)(\exp(\sigma^2) - 1)$	$\sqrt{\exp(\sigma^2) - 1}(\exp(\sigma^2) + 2)$	K

Równomierny	$\frac{(\max - \min}{12}$	0	1.8
Wykładniczy	$\frac{1}{\lambda^2}$	2.0	9.0

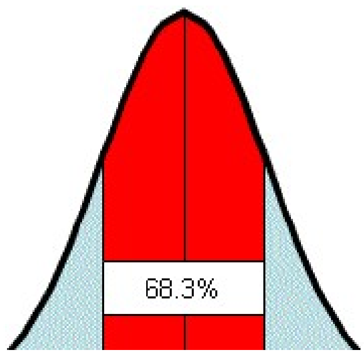
K: $$b_2 = 3 + (a-1)\cdot(a^3 + 3a^2 + 6a + 6) \quad \text{where } a = e^{\sigma^2}$$

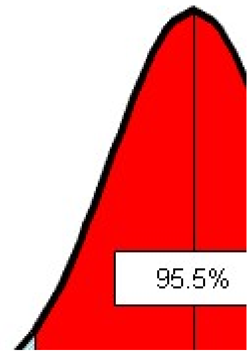
Nierówność Czejbyszewa

W dowolnym rozkładzie ze średnią i odchyleniem standardowym, **<u>przynajmniej</u>** $1-(1/k^2)$ procent rozkładu znajduje się w przedziale $\pm k \cdot \delta$ od średniej. Dla rozkładu normalnego wielkość jest znana (patrz poniższa tabela)

k	Dowolny rozkład PRZYNAJMNIEJ ($\geq$)	Normalny DOKŁADNIE
1	-----	68.3%
1.415	50.0%	84.3%
2	75.0%	95.5%
3	88.9%	99.7%
4	93.8%	99.99%
5	96.0%	99.99994%
6	97.2%	99.9999998%

ROZKŁAD NORMALNY





Jeżeli weźmiemy parę liczb losowych (x_1; x_2) o rozkładzie równomiernym w przedziale (0,1), to przekształcenie

$$y_1 = \sqrt{-2\ln x_1}\cos(2\pi x_2)$$
$$y_2 = \sqrt{-2\ln x_1}\sin(2\pi x_2)$$

daje parę liczb losowych (y_1; y_2) niezależnych o rozkładzie normalnym N(0,1) .

Zadanie 1.

1. **Proszę przygotować 3 serie po 1500 prób o rozkładzie normalnym; ze średnią = 10 i odchyleniem = 3**
2. **Proszę sprawdzić otrzymane parametry.**
3. **WNIOSKI. DYSKUSJA WYNIKÓW**

Zadanie 2.

Na podstawie wykonanej serii pomiarów obliczono następujące parametry:

Średnia: 4,568
Wariancja: 0,328
Odchylenie standardowe: 0,572
Skośność: -0,191
Kurtoza: 1,925
Minimum: 3,444
Maksimum: 5,653

Pytanie 1. Podaj obliczoną tolerancję; co powiesz o otrzymanych pomiarach i ich przedziale?

Pytanie 2. Jaki rozkład, na podstawie obliczonych przez Ciebie parametrów jest najbliższy serii pomierzonych danych?

Zadanie 3.

Na podstawie obliczonej serii pomiarów otrzymano:

Średnia: 1,56
Standardowe odchylenie: 0,047
Skośność: -0,46
Kurtoza: 2,22

Pytanie 1: Jaki procent pomiarów zmieści się w tolerancji $\pm$0,15 mm?
Pytanie 2: Jaka powinna być tolerancja, aby można się było spodziewać, że przynajmniej 95% pomiarów w niej się zmieści?